

# 超弦理論

大栗博司 (カリフォルニア工科大学)

その名の示すように、弦理論はそもそも 1 次元的に広がった弦を自由度とする理論として考え出された。理論の整合性のためには超対称性が重要な役割を果たすので超弦理論と呼ばれることも多い。弦理論は素粒子の標準模型を構成するために必要なすべての要素 (クォーク・レプトンなどの物質場、それらの相互作用を媒介するゲージ場、ゲージ対称性を自発的に破るヒッグス機構など) を含んでいる上に、重力理論を量子理論と矛盾なく組み合わせることができるので、重力を含む統一理論の有望な候補と見なされている。

弦の間の相互作用の大きさの目安である結合定数が小さいときには、弦の様々な固有振動に対応して素粒子が現れ、その相互作用は弦の世界面の分岐として記述される。これを弦の摂動論的描像と呼ぶ。10 年前に発見された弦の双対性は、摂動論が適用できない強結合領域の弦理論の性質を垣間見ることが可能にした。D ブレーンを通じて見出された弦理論とゲージ理論との対応は、弦理論の非摂動論的効果の定量的な評価を可能にし、またホーキング (S.Hawking) の指摘したブラックホール情報パラドックスを解決するなど量子重力理論の構造の解明に貢献した。このような弦理論の発展は素粒子の現象論的なモデルの構成にも新しい可能性を示唆している。

弦理論は素粒子の統一理論の構成のほかにも応用範囲を広げつつある。たとえば弦理論とゲージ理論との対応を使うと、ゲージ理論の強結合問題を弦理論の幾何学的性質に帰着して解析できる場合がある。2005 年度には素粒子の強い相互作用の理論 (QCD) への弦理論の応用について進展があった。これについてはこの記事の後半で解説する。

## ★ 2005 年のハイライト

2005 年度には長年の懸案であったいくつかの技術的問題が解決された。

[1] 超弦理論の摂動論的量子振幅の有限性は、弦理論が重力の量子化に成功しているという主張の根幹である。ベルコビッツ (N.Berkovits) は 5 年前に摂動振幅を超対称性をあからさまに保って計算する新しい形式を提案した。これ以前に存在した RNS 形式では量子振幅をリーマン面のモジュライ空間上の積分として表すときの被積分関数の大域的な性質に不明な点があり、この形式を使った量子振幅の有限性の証明は不完全であると考えられていた。マンデルシュタム (S.Mandelstam) は RNS 形式を GS 形式と組み合わせることでこの問題を解消して有限性を示したとされているが、その証明は難解であった。ベルコビッツはこの数年の間に彼の新しい形式を使って振幅を具体的に求める手法の開発に取り組んできたが、昨年になってついにこの形式による振幅の有限性の簡明な証明に成功した。この形式の数学的構造はネクラソフ (N.Nekrasov) らによって整備されつつある。特にベルコビッツ形式と既存の RNS、GS 形式との関係は完全には理解されておらず、その解明は今後の課題である。

[2] 同じく 5 年前、セン (A.Sen) は不安定な D ブレーン上の開いた弦のタキオン凝縮につい

て一連の予想を与えた。昨年シュネイブル (M.Schnabl) はこのタキオン凝縮の状態に対応する弦の場の方程式の厳密解を発見し、センの予想の主要な部分を証明することに成功した。シュネイブルの結果を拡張することで、弦の世界面上の共形場理論と弦の場の理論との対応関係を明らかにしようとする研究が活発化している。

[3] マルダセナ (J.Maldacena) が提案した AdS/CFT 対応は、理論物理学の近年の発見の中で最も驚くべきものの一つと言えよう。この対応は次のように見かけの上でまったく異なる理論が等価であることを主張する。

- 弦理論は 1 次元的に広がった弦を自由度とする理論であるのに対し、ゲージ理論は点粒子の第 2 量子化である場の量子論に基づいている。
- 弦理論は量子重力の理論であるのに対し、ゲージ理論は重力の自由度を含まない。
- 弦理論の時空は摂動論的には 10 次元に定められているのに対し、対応するゲージ理論は様々な次元において考えることができる。

AdS/CFT 対応は超弦理論の論理的整合性の仮定から導かれたものであり、その直接証明はまだ与えられていない。

この対応の基本的な例として、 $AdS_5 \times S^5$  上の IIB 型の超弦理論と 4 次元の  $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論との等価性がある。ここで  $AdS_5 \times S^5$  とは 5 次元反ドジッター空間 ( $AdS_5$ ) と 5 次元球面 ( $S^5$ ) との直積である 10 次元時空間のことである。 $AdS_5 \times S^5$  上の超弦理論の世界面の運動を解くことは AdS/CFT 対応の証明の重要なステップであると考えられてきたが、最近この世界面上の理論が可積分系になっているという傍証が現れた。特に弦の世界面が時空間の中で巨視的に広がっている場合には、その運動方程式をベータ仮設の方法を使って厳密に解くことができることがわかった。一方ゲージ理論についても対応する状況下で可解になることを示唆する結果が得られている。 $\mathcal{N} = 4$  超対称ゲージ理論を解くことができれば、AdS/CFT 対応の直接証明に留まらず、4 次元のゲージ理論について新しい知見が得られると期待されている。

[4] この 10 年間の弦理論の重要な成果の一つとして、ブラックホールの量子状態の解明が挙げられる。ストロミンジャー (A.Strominger) とバフファ (C.Vafa) が電磁荷をもつブラックホールの基底状態の縮退数を D ブレーン上のゲージ理論の方法を使って評価し、ブラックホールの質量が大きい極限でベッケンシュタイン (J.Bekenstein) とホーキングによるエントロピー公式を再現したことはよく知られている。ベッケンシュタイン・ホーキングの公式は弦理論の摂動展開では 0 次の項に対応する。一昨年、ストロミンジャー、バフファと大栗はこの公式を摂動のすべての次数に拡張し、ブラックホールの縮退数が位相的弦理論の分配関数と関係づけられることを予想した。この予想はブラックホールの有限サイズの効果の評価することを可能にするとともに、ブラックホール時空の中の量子効果を定量的に理解する道筋を与えた。この予想はこの 1 年の間にさまざまな検証を受け、その正当性が確立しつつあ

る。また AdS/CFT 対応との密接な関係も明らかになり、AdS/CFT 対応の証明に向けたモデルケースとも見なされている。

#### ★ ハドロンの物理への応用

弦理論の究極の目的は重力を含む素粒子の統一理論の構成であるが、その豊富な構造のため理論物理学の他の問題の数学的モデルとしても活用されている。最近特に注目を集めているのはハドロンの物理への応用である。

有限温度における非可換ゲージ理論の準平衡過程の定量的な理解は、初期宇宙の問題や重イオン衝突実験の解析などにおいて重要である。しかしこの問題は強結合の物理を含むので摂動計算が信頼できない場合が多い。格子ゲージ理論の計算はユークリッド空間で遂行されるので、その数値的出力を解析接続して時間に依存した準平衡の問題に当てはめることは技術的に困難である。ソン (D.Son) らのグループは、AdS/CFT 対応をつかって有限温度のゲージ理論のずれ粘性係数や熱伝導係数を強結合極限で計算した。AdS/CFT 対応を使うとエネルギー・運動量テンソルなどの相関関数がアインシュタイン方程式の摂動問題として計算できるので、これに久保公式を当てはめてこれらの係数を求めることができるのである。現在のところ QCD そのものの準平衡過程を扱うことはできないが、この手法が使える様々なゲージ理論については粘性係数とエントロピー密度の比に強結合極限で普遍性が見られ、それが重イオン衝突実験から与えられる値に近いことが示されている。このアプローチの今後の課題としては、より現実的なゲージ理論への適用と理論誤差の定量的評価の方法の開発が挙げられる。

QCD の摂動計算は漸近的自由性のおかげで高エネルギー現象の解析には有効であるが、ハドロンの質量スペクトルを求めるなどといった低エネルギーの問題では強結合の問題に直面する。AdS/CFT 対応が発見された直後に、ウィッテン (E.Witten) はこの対応を変形して QCD の強結合問題の解析的理解に役立てることを提唱した。このアイデアはグルーボール (グルーオンの束縛状態) の質量の計算に応用され格子ゲージ理論の計算と予想以上の一致を見た。

最近、酒井と杉本はウィッテンの構成法に D8 ブレーンを加えることでクォークの効果を取り入れることを提案し、この枠組みの中で QCD におけるカイラル対称性の破れの微視的解釈が与え、また中間子の質量スペクトルや低エネルギー相互作用の特徴がよく再現できることを示した。しかしながら、上に述べたグルーボールの質量の計算と酒井・杉本の仕事のいずれにおいても、弦の振動励起状態の効果を無視し弦理論を超重重力理論で置き換えた計算が行われている。これは QCD の物理を記述するためにはよい近似とは言えない。この点を改善し弦の励起状態の効果を取り入れるためには、 $AdS$  上の弦の運動を理解する必要がある。この見地からも、[3] で述べた  $AdS$  上の弦の世界面の可解性は弦理論の今後の発展の一つの鍵になっていると期待されている。